地球物理学（2019 年度春学期）（流体地球物理学分野）
最終テスト　解答用紙（1）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１．（１）

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \underline{0\,[\mathrm{K/s}]}$$

（１０）

（２）

海流の向きに x 軸をとり、海流の流速を u とすると、

$u = 1\,[\mathrm{m/s}]$、 $\dfrac{\partial T}{\partial x} = \dfrac{-0.2}{100 \times 10^{3}} = -2 \times 10^{-6}\,[\mathrm{K/m}]$だから、

$$\vec{u} \bullet \nabla T = u\frac{\partial T}{\partial x} = 1 \times \left(-2 \times 10^{-6}\right) = \underline{-2 \times 10^{-6}\,[\mathrm{K/s}]}$$

（１０）

（３）

$\dfrac{D}{Dt}T = \dfrac{\partial}{\partial t}T + \vec{u} \bullet \nabla T$ だから、

$$\frac{D}{Dt}T = 0 - 2 \times 10^{-6} = \underline{-2 \times 10^{-6}\,[\mathrm{K/s}]}$$

（１０）

２．（１）

④より、

$$\frac{D}{Dt}K = u\frac{D}{Dt}u + v\frac{D}{Dt}v$$

①、②を代入して、

$$\begin{aligned}\frac{D}{Dt}K &= fuv - u\frac{\partial\Phi}{\partial x} - fuv - v\frac{\partial\Phi}{\partial y}\\ &= -u\frac{\partial\Phi}{\partial x} - v\frac{\partial\Phi}{\partial y}\\ &= \underline{-\vec{u}\bullet\nabla\Phi}\end{aligned}$$

（１０）

（２）

④より、

$$\frac{D}{Dt}K = u\frac{D}{Dt}u + v\frac{D}{Dt}v$$

⑥、⑦を代入して、

$$\begin{aligned}\frac{D}{Dt}K &= fuv - u\frac{\partial\Phi}{\partial x} - ru^2 - fuv - v\frac{\partial\Phi}{\partial y} - rv^2\\ &= -u\frac{\partial\Phi}{\partial x} - v\frac{\partial\Phi}{\partial y} - r\left(u^2 + v^2\right)\\ &= -\vec{u}\bullet\nabla\Phi - r\left(u^2 + v^2\right)\end{aligned}$$

$K = \frac{1}{2}\left(u^2 + v^2\right)$だから、

$$\frac{D}{Dt}K = \underline{-\vec{u}\bullet\nabla\Phi - 2rK}$$

（１０）

地球物理学（2019 年度春学期）（流体地球物理学分野）
最終テスト　解答用紙（２）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

３．（１）

3.6×10^3 s の間に 0.72×10^2 Pa だけ気圧が低下しているから、

$$\omega_s = \frac{-0.72\times10^2}{3.6\times10^3} = \underline{-2.0\times10^{-2}\ \ [\mathrm{Pa/s}]}$$

（１０）

（２）

①を p について $p_1 = 200$ hPa から $p_2 = 1000$ hPa まで積分すると、

$$\int_{p_1}^{p_2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)dp + \int_{p_1}^{p_2}\frac{\partial \omega}{\partial p}dp = 0$$

$$(p_2 - p_1)\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right) + \omega(p = p_2) - \omega(p = p_1) = 0$$

$p = p_1$ で $\omega = 0$、$p = p_2$ で $\omega = \omega_s$ だから、

$$(p_2 - p_1)\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right) + \omega_s = 0$$

したがって、

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\omega_s}{p_2 - p_1} = -\frac{-2.0\times10^{-2}}{(1000-200)\times10^2}$$

$$= \underline{2.5\times10^{-7}\ \ [/\mathrm{s}]}$$

（１０）

（余白）

地球物理学（2019 年度春学期）（流体地球物理学分野）
最終テスト　解答用紙（３）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

４．（１）

①の両辺を p で偏微分すると、

$$0 = -f\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)$$

$$f\frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = 0 \qquad ①'$$

一方、③の両辺を y で偏微分すると、

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) = -\frac{R}{p}\frac{\partial T}{\partial y}$$

偏微分の順序を入れ替えて、

$$\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = -\frac{R}{p}\frac{\partial T}{\partial y} \qquad ③'$$

①'、③' より、

$$f\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{R}{p}\frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$\underline{\frac{\partial u}{\partial p} = \frac{R}{fp}\frac{\partial T}{\partial y}}$$

（２）

合成関数の微分の公式より、

$$\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{\partial u}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial z}$$

（１）の結果と④を代入すると、

$$\frac{\partial u}{\partial z}=\left(\frac{R}{fp}\frac{\partial T}{\partial y}\right)\left(-\frac{g}{\alpha}\right)=-\frac{Rg}{fp\alpha}\frac{\partial T}{\partial y}$$

②より、$p\alpha=RT$ だから、

$$\underline{\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{g}{fT}\frac{\partial T}{\partial y}}$$

（１０）

（３）

（２）の結果より、

$$\frac{\partial T}{\partial y}=-\frac{fT}{g}\frac{\partial u}{\partial z}$$

だから、

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial y}&=-\frac{1.0\times10^{-4}\times2.6\times10^{2}}{1.0\times10}\times5.0\times10^{-3}\\&=\underline{-1.3\times10^{-5}\ [\mathrm{K/m}]}\end{aligned}$$

（１０）