地球物理学（2015 年度春学期）（流体地球物理学分野）
最終テスト　解答用紙（１）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１．（１）

断熱だから、$\frac{D}{Dt}T = \underline{0}$

（５）

（２）

$\vec{u} = (ay, 0)$、$\nabla T = (-b, -c)$だから、$u \bullet \nabla T = \underline{-aby}$

（５）

（３）$\frac{D}{Dt}T = \frac{\partial}{\partial t}T + \vec{u} \bullet \nabla T$ だから、

$$\frac{\partial}{\partial t}T = \frac{D}{Dt}T - \vec{u} \bullet \nabla T = 0 + aby = \underline{aby}$$

（１０）

（４）

$\frac{\partial}{\partial t}T = aby$だから、

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla T) = \nabla\left(\frac{\partial}{\partial t}T\right) = \underline{(0, ab)}$$

（１０）

（余白）

地球物理学（2015 年度春学期）（流体地球物理学分野）
最終テスト　解答用紙（２）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

２．（１）

①の両辺を x で偏微分して、

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)= f\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}$$

（１０）

（２）

②の両辺を y で偏微分して、

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)= -f\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}$$

（１０）

（３）

（１）と（２）の結果で時間微分をゼロにすると、

$$0 = f\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}$$

$$0 = -f\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}$$

両者の和を計算すると、

$$0 = f\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)-\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Phi$$

$$\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{1}{f}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Phi$$

したがって、

$$\xi = \frac{1}{f}\nabla^2\Phi$$

（１０）

（４）

①の両辺を y で偏微分して、

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)=f\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)$$

②の両辺を x で偏微分して、

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)=-f\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)$$

上の２つの方程式において時間微分をゼロにすると、

$$0=f\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)$$

$$0=-f\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)$$

両者の差を計算すると、

$$0=f\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

したがって、

$$\underline{D=0}$$

（１０）

地球物理学（2015 年度春学期）（流体地球物理学分野）
最終テスト　解答用紙（３）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

３．（１）

①において $\frac{D}{Dt}v = 0$ とすると、

$$0 = -fu - \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

両辺を p で偏微分すると、

$$0 = -f\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)$$

$$f\frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = 0$$

偏微分の順序を入れ替えて、

$$f\frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) = 0$$

②を代入すると、

$$f\frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{RT}{p}\right) = 0$$

$$f\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{R}{p}\frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$\underline{\frac{\partial u}{\partial p} = \frac{R}{fp}\frac{\partial T}{\partial y}}$$

（１０）

（２）

合成関数の微分の公式より、

$$\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{\partial u}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial z}$$

（１）の結果と、静水圧平衡の関係を代入すると、

$$\frac{\partial u}{\partial z}=\left(\frac{R}{fp}\frac{\partial T}{\partial y}\right)\left(-\frac{g}{\alpha}\right)=-\frac{Rg}{fp\alpha}\frac{\partial T}{\partial y}$$

理想気体の状態方程式より、 $p\alpha=RT$ だから、

$$\underline{\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{g}{fT}\frac{\partial T}{\partial y}}$$

（１０）

（３）

（２）の結果より、

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial z}&=-\frac{g}{fT}\frac{\partial T}{\partial y}\\&=-\frac{9.8}{1.0\times10^{-4}\times2.7\times10^{2}}\times-\frac{1.0}{100\times10^{3}}\\&=3.62\cdots\times10^{-3}\cong\underline{3.6\times10^{-3}\ \ [/\mathrm{s}]}\end{aligned}$$

（１０）