

地球物理学（2010 年度春学期）（流体地球物理学分野）
最終テスト

注意：計算問題においては計算過程も示すこと。

1. 水が $+x$ の方向に 5 m/s で流れている。上流 ($-x$ の方向) のほうが高温であり、温度勾配 $\frac{\partial}{\partial x} T$ は -0.02 K/m である。水じたいが加熱、冷却されることはなく、断熱的である。また、 y 方向、 z 方向には温度 T は一様である。このとき、 $\frac{D}{Dt} T$ 、 $\vec{u} \cdot \nabla T$ 、 $\frac{\partial}{\partial t} T$ の値をそれぞれ求めよ。ただし、 $\vec{u}$ は水の流速ベクトルである。なお、ラグランジュ微分 $\frac{D}{Dt}$ は、

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \text{ と定義される。}$$

2. 地衡風平衡について、以下の問いに答えよ。

(1) p 座標（気圧座標）における運動方程式の y 成分（南北成分）は次のように書ける。

$$\frac{D}{Dt} v = -fu - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_{x,p} + F_y$$

F_y は粘性の効果を表すが、以下では無視してよい。また、 f はコリオリ係数である。この方程式において、南北風 v は空間的に一様で、時間変化しないものと仮定して、東西風 u とジオポテンシャル Φ との関係を導け。この仮定のもとでは、南北風のラグランジュ微分（物質微分）がゼロになる点に注意せよ。

(2) 北緯 30° において、ある気圧面におけるジオポテンシャル Φ の南北勾配 $\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)_{x,p}$ の大きさが $2.0 \times 10^2 \text{ m}^2/\text{s}^2/100\text{km}$ (北のほうが低い) で

あった。東西方向には勾配はないものとする。(1) で導出した方程式を用いて、この高度での地衡風の風向・風速を求めよ。ただし、北緯 30° におけるコリオリ係数は $f = 7.2 \times 10^{-5} / \text{s}$ とする。

(3) ジオポテンシャルの南北方向の勾配が一定の場合、北緯 45° における地衡風の風速は北緯 30° と比べて大きくなるか、それとも小さくなるか。そのように考えた理由も簡潔に述べよ。

3. 乾燥静的エネルギーについて、以下の問いに答えよ。

(1) 気圧座標における高度の微小変化、つまり気圧の微小変化 dp によって生じる、単位質量の空気塊の位置エネルギー $U = gz$ (g は重力加速度、 z は高度) の微小変化 dU を、 dp を用いて表せ。気圧座標における静水圧平衡の関係 $\frac{d\Phi}{dp} = -\alpha$ (ただし $\Phi = gz$ 、 α は比容) を用いてよい。また、 g は定数とみなしてよい。

(2) 単位質量の乾燥空気のエンタルピー H は $H = C_v T + p\alpha$ と定義される。エンタルピー H の (断熱や定積、定圧などとは限らない) 一般的な条件での微小変化 dH を、温度 T 、圧力 p 、比容 α の微小変化 dT 、 dp 、 $d\alpha$ を用いて表せ。 C_v は乾燥空気の定積比熱であり、定数とみなしてよい。

(3) 乾燥静的エネルギー h_d は、エンタルピーと位置エネルギーの和であって、 $h_d = H + U$ と定義される。(1)、(2) の結果を用いて、静水圧平衡が成り立ち、かつ断熱という条件のもとでは、乾燥静的エネルギーが保存すること、つまり $dh_d = dH + dU = 0$ であることを示せ。断熱条件のもとでは $d'Q = C_v dT + pd\alpha = 0$ が成り立つことに注意せよ。