気象学特論（ｂａ）（ローカル気象学）（2016 年度春学期）
最終テスト　解答用紙（１）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１．（１）

①を z で偏微分すると、

$$0=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial z}p'+\nu\nabla^2\frac{\partial}{\partial z}u \qquad Ⓐ$$

②を x で偏微分すると、

$$0=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial z}p'+\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial}{\partial x}\theta'+\nu\nabla^2\frac{\partial}{\partial x}w \qquad Ⓑ$$

Ⓑ－Ⓐより、

$$\underline{\nu\nabla^2\left(\frac{\partial}{\partial x}w-\frac{\partial}{\partial z}u\right)+\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial}{\partial x}\theta'=0} \qquad Ⓒ$$

（１０）

（２）

Ⓒに κ をかけ、∇^2 を作用させると、

$$\kappa\nu\nabla^2\nabla^2\left(\frac{\partial}{\partial x}w-\frac{\partial}{\partial z}u\right)+\frac{g}{\theta_0}\kappa\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2\theta'=0$$

④を代入すると、

$$\kappa\nu\nabla^2\nabla^2\left(\frac{\partial}{\partial x}w-\frac{\partial}{\partial z}u\right)+g\frac{\bar{\theta}_z}{\theta_0}\frac{\partial}{\partial x}w=0$$

ブラント・ヴァイサラ振動数の定義より、

$$\underline{\kappa\nu\nabla^2\nabla^2\left(\frac{\partial}{\partial x}w-\frac{\partial}{\partial z}u\right)+N^2\frac{\partial}{\partial x}w=0} \qquad Ⓓ$$

（１０）

（３）

Ⓓを x で偏微分すると、

$$\kappa\nu\nabla^2\nabla^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}w-\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial}{\partial x}u\right)+N^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}w=0$$

⑤より、

$$\kappa\nu\nabla^2\nabla^2\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}w-\frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial}{\partial z}w\right)\right\}+N^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}w=0$$

だから、

$$\underline{\kappa\nu\nabla^2\nabla^2\nabla^2 w+N^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}w=0}$$

（１０）

（４）

⑤に⑥を代入すると、

$$\kappa\nu\left(\frac{d^6}{dz^6}\hat{w}\right)\exp[ikx]-N^2k^2\hat{w}\exp[ikx]=0$$

だから、

$$\underline{\kappa\nu\frac{d^6}{dz^6}\hat{w}-N^2k^2\hat{w}=0}$$

（１０）

気象学特論（ｂａ）（ローカル気象学）（2016 年度春学期）
最終テスト　解答用紙（２）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（５）

⑦より、

$$\frac{d}{dz}\hat{w}=C\frac{d}{dz}\left\{\sqrt{3}\exp[-nz]+\exp\left[-\frac{1}{2}nz\right]\left(\sin\frac{\sqrt{3}}{2}nz-\sqrt{3}\cos\frac{\sqrt{3}}{2}nz\right)\right\}$$

$$=C\left\{-\sqrt{3}n\exp[-nz]-\frac{1}{2}n\exp\left[-\frac{1}{2}nz\right]\left(\sin\frac{\sqrt{3}}{2}nz-\sqrt{3}\cos\frac{\sqrt{3}}{2}nz\right)\right.$$

$$\left.+\exp\left[-\frac{1}{2}nz\right]\left(\frac{\sqrt{3}}{2}n\cos\frac{\sqrt{3}}{2}nz+\frac{3}{2}n\sin\frac{\sqrt{3}}{2}nz\right)\right\}$$

$$=C\left\{-\sqrt{3}n\exp[-nz]+\exp\left[-\frac{1}{2}nz\right]\left(n\sin\frac{\sqrt{3}}{2}nz+\sqrt{3}n\cos\frac{\sqrt{3}}{2}nz\right)\right\}$$

$z=0$ を代入すると、

$$\frac{d}{dz}\hat{w}=C\left\{-\sqrt{3}n+\left(0+\sqrt{3}n\right)\right\}=0$$

したがって、$z=0$ のとき $\frac{d}{dz}\hat{w}=0$ である。

（１０）

２．（１）

①より、

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{u_*}{k}\frac{1}{z}$$

両辺を z について積分すると、

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k}\ln z + C \qquad （C \text{は積分定数}）$$

$z = z_0$ で $\bar{u} = 0$ だから、

$$\frac{u_*}{k}\ln z_0 + C = 0$$

$$C = -\frac{u_*}{k}\ln z_0$$

したがって、

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k}\ln z - \frac{u_*}{k}\ln z_0 = \underline{\frac{u_*}{k}\ln\frac{z}{z_0}}$$

（１０）

（２）

（１）の結果より、

$$u_* = \frac{k\bar{u}}{\ln\dfrac{z}{z_0}}$$

だから、

$$|u'w'| = u_*^2 = \frac{k^2\bar{u}^2}{\left(\ln\dfrac{z}{z_0}\right)^2}$$

$z = 10\,[\mathrm{m}]$、$\bar{u} = U_{10}$ を代入して、

$$\underline{|u'w'| = \frac{k^2}{\left(\ln\dfrac{10}{z_0}\right)^2}U_{10}^2}$$

（１０）

気象学特論（ｂａ）（ローカル気象学）（2016 年度春学期）
最終テスト　解答用紙（３）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（３）

②より、

$$\frac{d\overline{u}}{dz} = \frac{u_*}{k}\left(\frac{1}{z} + \frac{7}{L}\right)$$

両辺を z について積分すると、

$$\overline{u} = \frac{u_*}{k}\left(\ln z + \frac{7}{L}z\right) + C \qquad (C\text{は積分定数})$$

$z = z_0$ で $\overline{u} = 0$ だから、

$$\frac{u_*}{k}\left(\ln z_0 + \frac{7}{L}z_0\right) + C = 0$$

$$C = -\frac{u_*}{k}\left(\ln z_0 + \frac{7}{L}z_0\right)$$

したがって、

$$\overline{u} = \frac{u_*}{k}\left(\ln z + \frac{7}{L}z\right) - \frac{u_*}{k}\left(\ln z_0 + \frac{7}{L}z_0\right) = \underline{\frac{u_*}{k}\left\{\ln\frac{z}{z_0} + \frac{7}{L}(z - z_0)\right\}}$$

（１０）

３．（１）

行列$\begin{pmatrix} ikU & 0 & 0 & ik \\ 0 & ikU & -N^2 & im \\ ik & im & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ikU & 0 \end{pmatrix}$の行列式は、

$$k^2U^2m^2+k^4U^2-k^2N^2=0$$

だから、

$$\underline{\left(k^2+m^2\right)U^2-N^2=0}$$

（１０）

（２）

（１）の結果より、

$$m^2=\frac{N^2}{U^2}-k^2$$

mはゼロ以外の実数だから、$m^2>0$である。したがって、

$$\frac{N^2}{U^2}-k^2>0$$

となって、

$$\underline{k<\frac{N}{U}}$$

（１０）