気象学特論（ｂａ）（2014 年度春学期）
最終テスト　解答用紙（１）

学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１．（１）

①を x で偏微分すると、

$$u=\frac{\partial u_0}{\partial x}\left(1-e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}}\cos\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}\right)-\frac{\partial v_0}{\partial x}e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}}\sin\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H} \qquad Ⓐ$$

②を y で偏微分すると、

$$v=\frac{\partial u_0}{\partial y}e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}}\sin\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}+\frac{\partial v_0}{\partial y}\left(1-e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}}\cos\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}\right) \qquad Ⓑ$$

Ⓐ＋Ⓑより、

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=\left(\frac{\partial u_0}{\partial x}+\frac{\partial v_0}{\partial y}\right)\left(1-e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}}\cos\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}\right)-\left(\frac{\partial v_0}{\partial x}-\frac{\partial u_0}{\partial y}\right)e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}}\sin\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}$$

$\frac{\partial u_0}{\partial x}+\frac{\partial v_0}{\partial y}=0$ だから、

$$\underline{\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=-\left(\frac{\partial v_0}{\partial x}-\frac{\partial u_0}{\partial y}\right)e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}}\sin\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}}$$

（２）

①の両辺を z で偏微分すると、

$$w_E = -\int_0^{+\infty}\left\{-\left(\frac{\partial v_0}{\partial x}-\frac{\partial u_0}{\partial y}\right)e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}}\sin\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}\right\}dz$$

$$=\left(\frac{\partial v_0}{\partial x}-\frac{\partial u_0}{\partial y}\right)\int_0^{+\infty}e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}}\sin\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}dz$$

⑤より、

$$\int_0^{+\infty}e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}}\sin\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{z}{H}dz=\frac{\sqrt{2}}{2}H$$

だから、

$$\underline{w_E = \frac{\sqrt{2}}{2}H\left(\frac{\partial v_0}{\partial x}-\frac{\partial u_0}{\partial y}\right)}$$

気象学特論（ｂａ）（2014 年度春学期）
最終テストﾠ解答用紙（２）

学籍番号：______________ **氏名**：____________________

２．（１）

②に $z=2$、$\bar{u}=a$ を代入すると、

$$a=\frac{u_*}{k}\ln\left(\frac{2}{z_0}\right) \qquad Ⓐ$$

$z=8$、$\bar{u}=b$ を代入すると、

$$b=\frac{u_*}{k}\ln\left(\frac{8}{z_0}\right) \qquad Ⓑ$$

$Ⓑ\times\ln\left(\frac{2}{z_0}\right)-Ⓐ\times\ln\left(\frac{8}{z_0}\right)$ より、

$$b\ln\left(\frac{2}{z_0}\right)-a\ln\left(\frac{8}{z_0}\right)=0$$

$$(b-3a)\ln 2+(-b+a)\ln z_0=0$$

$$\ln z_0=\frac{b-3a}{b-a}\ln 2$$

$$\underline{z_0=2^{\frac{b-3a}{b-a}}\ \ [\mathrm{m}]}$$

（１０）

（２）

（１）の指数に注目して、

$$f(a)=\frac{b-3a}{b-a}=3-\frac{2b}{b-a}$$

とおくと、$f(a)$ は $a<b$ において単調減少だから、$2^{f(a)}$ も単調減少である。
ゆえに、高度２ｍにおける $\bar{u}$ の値 a が大きいほど粗度 z_0 は小さくなる。
したがって、粗度の値が大きいのは<u>Q</u>である。

（１０）

（３）

②より、

$$u_* = \frac{k\bar{u}}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} = \frac{k\bar{u}}{\ln z - \ln z_0}$$

$z = 2$、$\bar{u} = a$、$z_0 = 2^{\frac{b-3a}{b-a}}$ を代入すると、

$$u_* = \frac{ka}{\left(1 - \frac{b-3a}{b-a}\right)\ln 2} = \frac{ka}{\left(\frac{2a}{b-a}\right)\ln 2} = \underline{\frac{k(b-a)}{2\ln 2}\ \text{[m/s]}}$$

気象学特論（ｂａ）（2014 年度春学期）
最終テスト　解答用紙（３）

学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

３．（１）

①を z で偏微分すると、

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial z}u = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial z}p' \qquad Ⓐ$$

②を x で偏微分すると、

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial x}w = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial z}p' + \frac{g}{\theta_0}\frac{\partial}{\partial x}\theta' \qquad Ⓑ$$

Ⓑ－Ⓐより、

$$\underline{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}\right) = \frac{g}{\theta_0}\frac{\partial}{\partial x}\theta'}$$

（１０）

（２）

⑤に⑥を代入して、

$$\xi = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial x}\Psi\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial}{\partial z}\Psi\right) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi = \underline{\nabla^2\Psi}$$

（１０）

（３）

$$\underline{\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\Psi = \frac{g}{\theta_0}\frac{\partial}{\partial x}\theta'}$$

（５）

（４）

$$\underline{\frac{\partial}{\partial t}\theta' + \overline{\theta}_z\frac{\partial}{\partial x}\Psi = 0}$$

（５）

（５）

（３）を t で偏微分してと、

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla^2\Psi = \frac{g}{\theta_0}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial x}\theta' \qquad Ⓒ$$

（４）を x で偏微分して、

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial t}\theta' + \bar{\theta}_z\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi = 0 \qquad Ⓓ$$

ⒹをⒸに代入すると、

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla^2\Psi + g\frac{\bar{\theta}_z}{\theta_0}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi = 0$$

となるから、

$$\underline{\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla^2\Psi + N^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi = 0}$$

（１０）

（６）

（５）に $\Psi = \mathrm{Re}\,\hat{\Psi}\exp[i(kx + mz - \omega t)]$ を代入すると、

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla^2\left\{\hat{\Psi}\exp[i(kx + mz - \omega t)]\right\} + N^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left\{\hat{\Psi}\exp[i(kx + mz - \omega t)]\right\} = 0$$

$$(-\omega^2)(-k^2 - m^2)\left\{\hat{\Psi}\exp[i(kx + mz - \omega t)]\right\} + N^2(-k^2)\left\{\hat{\Psi}\exp[i(kx + mz - \omega t)]\right\} = 0$$

となるから、

$$\omega^2(k^2 + m^2) - N^2k^2 = 0$$

となって、

$$\underline{\omega^2 = \frac{N^2k^2}{k^2 + m^2}}$$

（１０）