気象学特論（ｂｂ）（2012 年度秋学期）
最終テスト

注意：計算問題においては計算過程も示すこと。

１．ブシネスク方程式系について、以下の問いに答えよ。

（１）水平‐鉛直面内（x ‐ z 平面内）での大気の運動をブシネスク方程式系によって表すと以下のようになる。ただし、基本場は静止とし、じょう乱場については微小振幅を考えることによって線形化している。

$$\frac{\partial}{\partial t}u=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}p'+\nu\nabla^2 u$$

$$\frac{\partial}{\partial t}w=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}p'+g\frac{\theta'}{\theta_0}+\nu\nabla^2 w$$

$$\frac{\partial}{\partial x}u+\frac{\partial}{\partial z}w=0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\theta'+w\overline{\theta}_z=\kappa\nabla^2\theta'$$

ここで、u は水平風、w は鉛直風、p' は気圧偏差、θ' は温位偏差である。また、ρ_0 は密度の代表値、θ_0 は温位の代表値、R は気体定数、g は重力加速度、ν は粘性係数、κ は熱拡散係数であり、いずれも時刻 t や場所によらず一定である。$\overline{\theta}_z$ は基本場の温位の鉛直勾配であり、これも一定値（正の値）をとる。この方程式系における定常解を求めるために、時間微分をゼロとすると、

$$0=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}p'+\nu\nabla^2 u \qquad ①$$

$$0=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}p'+g\frac{\theta'}{\theta_0}+\nu\nabla^2 w \qquad ②$$

$$\frac{\partial}{\partial x}u+\frac{\partial}{\partial z}w=0 \qquad ③$$

$$w\overline{\theta}_z = \kappa \nabla^2 \theta' \qquad ④$$

となる。①、②から、 p' を消去し、u 、 w 、 θ' に関する微分方程式を導け。

（２）（１）で得られた微分方程式と、④から、θ' を消去し、u 、w に関する微分方程式を導け。ただし、$N^2 = \dfrac{g}{\theta_0}\overline{\theta}_z$ とし、g 、θ_0、$\overline{\theta}_z$ を消去して表せ。

（３）（２）で得られた微分方程式と、③から、u を消去し、w に関する微分方程式を導け。

２．接地境界層内の風速分布について、以下の問いに答えよ。

（１）接地境界層内では、乱流運動量フラックスに対応した物理量である摩擦速度u_*は一定であると考えられる。とくに平均風の風向が高度によらず一定で、中立成層の場合には、

$$u_* = l \frac{d\bar{u}}{dz} \qquad ①$$

と表せる。ただし、$\bar{u}$ の平均風速である。また、l は混合距離であって、

$$l = kz \qquad ②$$

と書ける。k はカルマン定数である。①において、摩擦速度u_*が高度zによらず一定であるという条件から、平均風速$\bar{u}$ の鉛直分布を求め、u_*、k、zで表せ。ただし、$z = z_0$（z_0は地表面の粗度）で$\bar{u} = 0$とする。

（２）中立成層の環境で、地上 10 m での平均風速が 8 m/s であるとする。このとき、地上１ m での平均風速を求めよ（有効数字１桁）。ただし、地表面の粗度は10^{-3} m とする。

（３）地表面の粗度をz_0 [m]としたとき、乱流運動量フラックスのバルク式

$$\left|\overline{u'w'}\right| = {u_*}^2 = C_M {U_{10}}^2 \qquad ③$$

におけるバルク係数C_Mを、z_0、k で表せ。ただし、U_{10}は地上 10 m での平均風速である。

３．地表面熱フラックスについて、以下の問いに答えよ。

地表面での熱収支は、地中熱伝導を無視すると、

$$R_n = \sigma T_s{}^4 + H \qquad ①$$

と書くことができる。ただし、R_nは入力放射（正味の下向き短波放射と、下向き長波放射の和）、σ はステファン・ボルツマン定数、T_S は地表面温度、H は顕熱フラックスである。地上 2 m での気温T_2と、地表面温度T_Sとの差が小さいときには、①の右辺第１項は、近似的に、

$$\sigma T_s{}^4 = \sigma T_2{}^4 + 4\sigma T_2{}^3 \left(T_s - T_2\right) \qquad ②$$

と表すことができる。また、①の右辺第２項の顕熱フラックスHは、バルク式を用いて、

$$H = \rho C_p C_H U_{10} \left(T_s - T_2\right) \qquad ③$$

と書ける。空気の密度ρは 1.2 kg/m^3、定圧比熱C_pは 1.0×10^3 J/kg K、バルク係数C_Hは 0.0020、地上 10 m での平均風速U_{10}は 5.0 m/s とする。ここで、地上 2 m での気温T_2が 20℃、入力放射R_nが 509 W/m^{2}であるとき、地表面温度T_Sを求めよ（単位℃、１の位まで）。$\sigma T_2{}^4$は 419 W/m^2、$4\sigma T_2{}^3$は 6 W/m^2 K としてよい。

４．山岳波について、以下の問いに答えよ。

（１）ブシネスク方程式系において、内部重力波の分散関係式は次のように書ける。

$$\omega = \bar{u}k - \frac{Nk}{\sqrt{k^2 + m^2}} \qquad ①$$

ここで、ω は角振動数、k は水平波数（$k > 0$）、m は鉛直波数である。ブラント・バイサラ振動数 N と基本場の風速 $\bar{u}$ は正の一定値とする。水平方向の位相速度がゼロという条件のもとで、鉛直波数の２乗 m^2 を N 、$\bar{u}$ 、k で表せ。

（２）（１）の結果より、山岳波（地形によって励起された、水平方向の位相速度がゼロの内部重力波）が鉛直方向に波型の構造をもつために k が満たすべき条件を N 、$\bar{u}$ 、k で表せ。

（３）（２）の条件のもとで、波のエネルギーが上方へ輸送されているとする。分散関係式から群速度の鉛直成分 $c_{gz} = \dfrac{\partial \omega}{\partial m}$ を計算することによって、鉛直波数 m の符号を決定せよ（正か負か答えよ）。計算過程、とくに群速度の鉛直成分の表式を明示すること。