気象学特論（ａｂ）（2017 年度秋学期）
最終テスト　解答用紙（１）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１．（１）

①を t で微分して、

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}u + g\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial x}h = 0 \qquad ①'$$

②を x で微分して、

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial x}h + H\frac{\partial^2}{\partial x^2}u = 0 \qquad ②'$$

②’を①’に代入して、

$$\underline{\frac{\partial^2}{\partial t^2}u - gH\frac{\partial^2}{\partial x^2}u = 0}$$

（１０）

（２）

（１）で得られた微分方程式に $u = A\exp[ik(x-ct)]$ を代入して、

$$-k^2c^2A\exp[ik(x-ct)] + k^2gHA\exp[ik(x-ct)] = 0$$

両辺を $A\exp[ik(x-ct)]$ で割って、

$$-k^2c^2 + k^2gH = 0$$

$$\underline{c = \sqrt{gH}}$$

（１０）

（余白）

気象学特論（ａｂ）（2017 年度秋学期）
最終テスト　解答用紙（２）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

２．（１）

①に②を代入して、

$$\left(-i\omega+iUk\right)\left(-k^2-l^2\right)A\exp[ik(kx+ly-\omega t)]$$
$$+i\beta kA\exp[ik(kx+ly-\omega t)]=0$$

両辺を $A\exp[ik(kx+ly-\omega t)]$ で割って、

$$\left(-i\omega+iUk\right)\left(-k^2-l^2\right)+i\beta k=0$$
$$\left(\omega-Uk\right)\left(k^2+l^2\right)+\beta k=0$$
$$\underline{\omega=Uk-\frac{\beta k}{k^2+l^2}}$$

（１０）

（２）

分散関係式に $\omega=0$ を代入して、

$$0=Uk-\frac{\beta k}{k^2+l^2}$$
$$k^2+l^2=\frac{\beta}{U}$$
$$\underline{K=\sqrt{\frac{\beta}{U}}}$$

（１０）

（３）

①で求めた分散関係式より

$$c_{g_x} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = U - \frac{\beta\left(k^2 + l^2\right) - 2\beta k^2}{\left(k^2 + l^2\right)^2} = U + \frac{\beta\left(k^2 - l^2\right)}{\left(k^2 + l^2\right)^2}$$

（２）の結果より、$\beta = U\left(k^2 + l^2\right)$だから、

$$c_{gx} = U + \frac{k^2 - l^2}{k^2 + l^2}U = \underline{\frac{2k^2}{k^2 + l^2}U}$$

（１０）

（４）

（３）の結果と③より、

$$c_{gx} - U = \left(\frac{2k^2}{k^2 + l^2} - 1\right)U = \frac{k^2 - l^2}{k^2 + l^2}U$$

$$c_{gy} = \frac{2kl}{k^2 + l^2}U$$

だから、

$$\left(c_{gx} - U\right)^2 + c_{gy}{}^2 = \frac{\left(k^2 - l^2\right)^2}{\left(k^2 + l^2\right)^2}U^2 + \frac{4k^2 l^2}{\left(k^2 + l^2\right)^2}U^2 = U^2$$

$$\underline{\left(c_{gx} - U\right)^2 + c_{gy}{}^2 = U^2}$$

（１０）

気象学特論（ａｂ）（2017 年度秋学期）
最終テスト　解答用紙（３）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

３．（１）

連立方程式⑨、⑩において、$A = B = 0$ 以外の解が存在するためには、

$$(\omega k^2)\omega(2\lambda^2 + k^2) + (Uk^3)Uk(2\lambda^2 - k^2) = 0$$

$$\underline{\omega^2(2\lambda^2 + k^2) + U^2k^2(2\lambda^2 - k^2) = 0}$$

（１０）

（２）

（１）の結果より、

$$\omega^2 = \frac{U^2k^2(k^2 - 2\lambda^2)}{2\lambda^2 + k^2}$$

$\omega^2 < 0$ となればよいから、

$$\frac{U^2k^2(k^2 - 2\lambda^2)}{2\lambda^2 + k^2} < 0$$

$$k^2 - 2\lambda^2 < 0$$

$$\underline{k < \sqrt{2}\lambda}$$

（１０）

（３）

⑪、⑫を用いて、

$$v_2 = \frac{\partial}{\partial x}\psi_M = \mathrm{Re}\,A\frac{\partial}{\partial x}\exp[i(kx-\omega t)] = \mathrm{Re}\,ikA\exp[i(kx-\omega t)]$$
$$= \frac{k^2U}{\sigma}\mathrm{Re}\,B\exp[i(kx-\omega t)]$$

v_2 は $\psi_T = \mathrm{Re}\,B\exp[i(kx-\omega t)]$ と同符号である。v_2 と T_2 が同符号なので、$\overline{v_2T_2}$ の符号は正である。

（１０）

（４）

⑬、⑫を用いて、

$$\omega_2 = U\frac{\partial^3}{\partial x^3}\psi_M + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi_T$$
$$= \mathrm{Re}\,AU\frac{\partial^3}{\partial x^3}\exp[i(kx-\omega t)] + \mathrm{Re}\,B\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\exp[i(kx-\omega t)]$$
$$= -\mathrm{Re}\,ik^3UA\exp[i(kx-\omega t)] + \mathrm{Re}\,i\omega k^2B\exp[i(kx-\omega t)]$$
$$= -\frac{k^4U^2}{\sigma}\mathrm{Re}\,B\exp[i(kx-\omega t)] - \sigma k^2\,\mathrm{Re}\,B\exp[i(kx-\omega t)]$$
$$= -\left(\frac{k^4U^2}{\sigma} + \sigma k^2\right)\mathrm{Re}\,B\exp[i(kx-\omega t)]$$

ω_2 は $\psi_T = \mathrm{Re}\,B\exp[i(kx-\omega t)]$ と逆符号である。ω_2 と T_2 が逆符号なので、$\overline{\omega_2T_2}$ の符号は負である。

（１０）