気象学特論（ａｂ）（2015 年度秋学期）
最終テスト　解答用紙（１）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１．（１）

①に②を代入すると、

$$\left(-i\omega+iUk\right)\left(-k^2-l^2\right)\hat{\Psi}\exp\left[i\left(kx+ly-\omega t\right)\right]+i\beta k\hat{\Psi}\exp\left[i\left(kx+ly-\omega t\right)\right]=0$$

両辺を $\hat{\Psi}\exp\left[i\left(kx+ly-\omega t\right)\right]$ で割って、

$$\left(-i\omega+iUk\right)\left(-k^2-l^2\right)+i\beta k=0$$

したがって、

$$\underline{\omega=Uk-\frac{\beta k}{k^2+l^2}}$$

（１０）

（２）

①の結果に $\omega=0$ を代入すると、

$$0=Uk-\frac{\beta k}{k^2+l^2}$$

$$K^2=k^2+l^2=\frac{\beta}{U}$$

したがって、

$$\underline{K=\sqrt{\frac{\beta}{U}}}$$

（１０）

（３）

（１）の結果より、

$$c_{gx} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = U - \frac{\beta\left(k^2 + l^2\right) - \beta k \times 2k}{\left(k^2 + l^2\right)^2} = \underline{U + \frac{\beta\left(k^2 - l^2\right)}{\left(k^2 + l^2\right)^2}}$$

（１０）

（４）

（２）の結果より、

$$\beta = U\left(k^2 + l^2\right)$$

これを（３）の結果に代入すると、

$$c_{gx} = U + \frac{U\left(k^2 + l^2\right)\left(k^2 - l^2\right)}{\left(k^2 + l^2\right)^2} = U + \frac{U\left(k^2 - l^2\right)}{\left(k^2 + l^2\right)} = \underline{\frac{2k^2 U}{\left(k^2 + l^2\right)}}$$

（１０）

（５）

一般に、

$$0 \le k^2 \le k^2 + l^2$$

だから、（４）の結果より、

$$0 \le \frac{k^2}{k^2 + l^2} \le 1$$

したがって、

$$\underline{0 \le c_{gx} \le 2U}$$

（１０）

気象学特論（ａｂ）（2015 年度秋学期）
最終テスト　解答用紙（２）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

２．（１）

④より、

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi_M + U\frac{\partial^3}{\partial x^3}\psi_T = 0$$

⑧を代入すると、

$$-i\omega\left(-k^2\right)A\exp\left[i\left(kx-\omega t\right)\right]+U\left(-ik^3\right)B\exp\left[i\left(kx-\omega t\right)\right]=0$$

$$\omega k^2 A - Uk^3 B = 0$$

$$\underline{\omega A - UkB = 0}$$

（１０）

（２）

⑥より、

$$U\frac{\partial}{\partial x}\left(2\lambda^2+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\psi_M-\frac{\partial}{\partial t}\left(2\lambda^2-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\psi_T = 0$$

⑧を代入すると、

$$Uik\left(2\lambda^2-k^2\right)A\exp\left[i\left(kx-\omega t\right)\right]-\left(-i\omega\right)\left(2\lambda^2+k^2\right)B\exp\left[i\left(kx-\omega t\right)\right]=0$$

$$\underline{Uk\left(2\lambda^2-k^2\right)A+\omega\left(2\lambda^2+k^2\right)B=0}$$

（１０）

（３）

（１）、（２）の結果において、$A=B=0$以外の解が存在するためには、

$$\left(\omega k^2\right)\omega\left(2\lambda^2+k^2\right)+\left(Uk^3\right)Uk\left(2\lambda^2-k^2\right)=0$$

$$\underline{\omega^2\left(2\lambda^2+k^2\right)+U^2k^2\left(2\lambda^2-k^2\right)=0}$$

（１０）

（４）

（３）の結果より、

$$\omega^2=\frac{U^2k^2\left(k^2-2\lambda^2\right)}{2\lambda^2+k^2}$$

$\omega^2<0$となればよいから、

$$\frac{U^2k^2\left(k^2-2\lambda^2\right)}{2\lambda^2+k^2}<0$$

$$k^2-2\lambda^2<0$$

$$\underline{k<\sqrt{2}\lambda}$$

（１０）

（５）

（３）の結果より、

$$\sqrt{-\omega^2}=U\sqrt{-\frac{k^2\left(k^2-2\lambda^2\right)}{2\lambda^2+k^2}}$$

根号内の式の最大値は$2\left(3-2\sqrt{2}\right)\lambda^2$だから、$\sqrt{-\omega^2}$の最大値は、

$$\sqrt{-\omega^2}=U\sqrt{2\left(3-2\sqrt{2}\right)\lambda^2}=\sqrt{2\left(3-2\sqrt{2}\right)}U\lambda=\underline{\left(2-\sqrt{2}\right)U\lambda}$$

（１０）