気象学特論（ａａ）（2017 年度春学期）
最終テスト　解答用紙（１）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１．

①において、$\dfrac{D_a}{Dt}$ を $\dfrac{D}{Dt}+\vec{\Omega}\times$ に、$\vec{r_a}$ を $\vec{r}$ に置き換えて、

$$\left(\frac{D}{Dt}+\vec{\Omega}\times\right)\left(\frac{D}{Dt}+\vec{\Omega}\times\right)\vec{r}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\vec{g^*}$$

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{D}{Dt}\vec{r}+\vec{\Omega}\times\vec{r}\right)+\vec{\Omega}\times\left(\frac{D}{Dt}\vec{r}+\vec{\Omega}\times\vec{r}\right)=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\vec{g^*}$$

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{D}{Dt}\vec{r}\right)+\vec{\Omega}\times\left(\frac{D}{Dt}\vec{r}\right)+\vec{\Omega}\times\left(\frac{D}{Dt}\vec{r}\right)+\vec{\Omega}\times\left(\vec{\Omega}\times\vec{r}\right)=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\vec{g^*}$$

$\dfrac{D}{Dt}\vec{r}=\vec{u}$ だから、

$$\frac{D}{Dt}\vec{u}+\overrightarrow{2\Omega}\times\vec{u}+\vec{\Omega}\times\left(\vec{\Omega}\times\vec{r}\right)=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\vec{g^*}$$

$\vec{g}=\vec{g^*}-\vec{\Omega}\times\left(\vec{\Omega}\times\vec{r}\right)$ として、

$$\underline{\frac{D}{Dt}\vec{u}=-2\vec{\Omega}\times\vec{u}-\frac{1}{\rho}\nabla p+\vec{g}}$$

（１０）

（余白）

気象学特論（ａａ）（2017 年度春学期）
最終テスト　解答用紙（２）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

２．（１）

コリオリ力は fV 、遠心力は $\dfrac{V^2}{R}$ 、気圧傾度力は $P=-\dfrac{\partial\Phi}{\partial r}$ だから、

$$fV+\frac{V^2}{R}-\frac{\partial\Phi}{\partial r}=0$$

$$\frac{V^2}{R}+fV+P=0$$

$$\underline{V^2+fRV+PR=0}$$

（１０）

※（２）の解答欄は次のページ。

（３）

（１）の結果より、

$$\frac{V^2}{R}+fV+P=0$$

$R\to\infty$ のとき、$\dfrac{V^2}{R}\to 0$ だから、

$$fV+P=0$$

よって、

$$\underline{V=-\frac{P}{f}}$$

（１０）

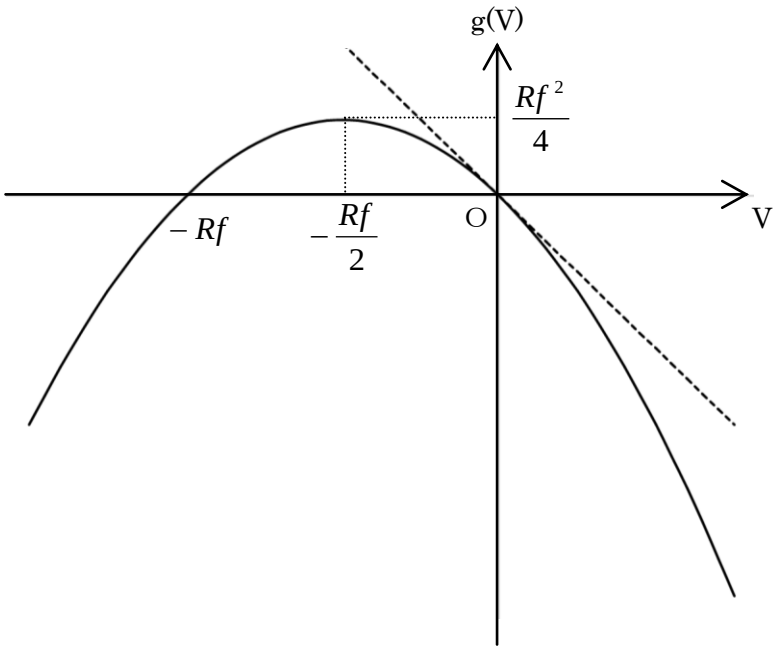
（２）と（４）

（１）の結果より、

$$P = -\frac{V^2}{R} - fV$$

だから、

$$\underline{g(V) = -\frac{V^2}{R} - fV = -\frac{1}{R}\left(V + \frac{1}{2}Rf\right)^2 + \frac{Rf^2}{4}}$$



（３）の結果より、$P = -fV$

この方程式をVで微分すると、$\frac{dP}{dV} = -f$

一方で、（２）の結果より、$g'(V) = -\frac{2}{R}\left(V + \frac{1}{2}Rf\right)$だから、$g'(0) = -f$

したがって、この方程式が表す直線は、$g(V)$の$V = 0$における接線になっている。

気象学特論（ａａ）（2017 年度春学期）
最終テスト　解答用紙（３）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

３．（１）

①より、

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

②に代入して、

$$\underline{\frac{D}{Dt}h = -h\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)}$$

（１０）

（２）

③を y で偏微分すると、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right)\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial y} = -g\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}h \qquad ③'$$

④を x で偏微分すると、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right)\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y} = -g\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}h \qquad ④'$$

④'－③'より、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0$$

となって、

$$\underline{\frac{D}{Dt}\xi = -\xi\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)}$$

（１０）

（３）

⑥の左辺を計算すると、

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{\xi}{h}\right)=\frac{1}{h^2}\left\{h\frac{D}{Dt}\xi-\xi\frac{D}{Dt}h\right\}$$

（１）の結果と⑤を代入すると、

$$\begin{aligned}\frac{D}{Dt}\left(\frac{\xi}{h}\right)&=\frac{1}{h^2}\left[h\left\{-\xi\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)\right\}-\xi\left\{-h\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)\right\}\right]\\&=\frac{1}{h^2}\left\{-h\xi\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+h\xi\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)\right\}\\&=0\end{aligned}$$

気象学特論（ａａ）（2017 年度春学期）
最終テスト　解答用紙（４）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

４．（１）

①を微分すると、

$$d\theta = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\kappa} dT + \frac{\kappa T}{p}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\kappa} dp$$

したがって、

$$a = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\kappa}, \quad b = \frac{\kappa T}{p}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\kappa}$$

（１０）

（２）

物理量θが保存量にためには、

$$d\theta = adT + bdp = 0$$

これを⑤と比べて、$\frac{a}{b} = \frac{C_p}{-\alpha}$より、

$$\frac{p}{\kappa T} = -\frac{C_p}{\alpha}$$

$$\kappa = -\frac{p\alpha}{C_p T}$$

④を用いて、

$$\underline{\kappa = -\frac{R}{C_p}}$$

（１０）

（余白）