

気象学特論（a a）（2015 年度春学期）
最終テスト 解答用紙（1）

学生番号： _____ 氏名： _____

1. (1)

①より、

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

②に代入して、

$$\underline{\frac{D}{Dt} h = -h\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)}$$

(10)

(2)

④の左辺を計算すると、

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{f+\xi}{h}\right) = \frac{1}{h^2}\left\{h\frac{D}{Dt}(f+\xi) - (f+\xi)\frac{D}{Dt}h\right\}$$

③と (1) の結果を代入すると、

$$\begin{aligned}\frac{D}{Dt}\left(\frac{f+\xi}{h}\right) &= \frac{1}{h^2}\left[h\left\{- (f+\xi)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right\} - (f+\xi)\left\{- h\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right\}\right] \\ &= \frac{1}{h^2}\left\{- h(f+\xi)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + h(f+\xi)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right\} \\ &= 0\end{aligned}$$

(10)

2.

①に②を代入して、

$$\begin{aligned}\frac{D}{Dt}C &= \oint \left(-\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla \Phi \right) \bullet d\vec{l} + \oint \vec{u} \bullet d\vec{u} \\ &= -\oint \left(\frac{1}{\rho} \nabla p \right) \bullet d\vec{l} - \oint (\nabla \Phi) \bullet d\vec{l} + \oint \vec{u} \bullet d\vec{u}\end{aligned}$$

右辺第1項は、

$$-\oint \left(\frac{1}{\rho} \nabla p \right) \bullet d\vec{l} = -\oint \frac{1}{\rho} dp$$

右辺第2項は、

$$-\oint (\nabla \Phi) \bullet d\vec{l} = -\oint d\Phi = 0$$

右辺第3項は、

$$\oint \vec{u} \bullet d\vec{u} = \frac{1}{2} \oint d(\vec{u} \bullet d\vec{u}) = 0$$

だから、

$$\frac{D}{Dt}C = -\oint \frac{1}{\rho} dp$$

$$\underline{a = -\frac{1}{\rho}}$$

気象学特論（a a）（2015 年度春学期）
最終テスト 解答用紙（2）

学生番号： _____ 氏名： _____

3. (1)

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0 [s], \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{0.04}{10^3} [s] \text{ だから、①より、}$$

$$\xi = -\left(-\frac{0.04}{10^3}\right) = \underline{4 \times 10^{-5} [s]}$$

(10)

(2)

絶対渦度は、

$$f + \xi = 2 \times 7.2 \times 10^{-5} \times \sin 45^\circ + 4.0 \times 10^{-5} [s]$$

北緯 30° での惑星渦度は、

$$f = 2 \times 7.2 \times 10^{-5} \times \sin 30^\circ [s]$$

したがって、北緯 30° での相対渦度は、

$$\begin{aligned} \xi &= (f + \xi) - f \\ &= 2 \times 7.2 \times 10^{-5} \times \sin 45^\circ + 4.0 \times 10^{-5} - 2 \times 7.2 \times 10^{-5} \times \sin 30^\circ \\ &= 2 \times 7.2 \times 10^{-5} \times (\sin 45^\circ - \sin 30^\circ) + 4.0 \times 10^{-5} \\ &= 7.2 \times 10^{-5} \times 0.41 + 4.0 \times 10^{-5} \\ &= 6.9 \cdots \times 10^{-5} \\ &\cong \underline{7 \times 10^{-5} [s]} \end{aligned}$$

(10)

(3)

f は定数とみなせるから、②より、

$$\begin{aligned}\frac{D}{Dt}\xi &= \frac{D}{Dt}(f + \xi) = -(f + \xi)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \\ &= -7.2 \times 10^{-5} \times (-1.0 \times 10^{-5}) \\ &= \underline{7.2 \times 10^{-10} \text{ [s}^2\text{]}}\end{aligned}$$

(10)

気象学特論（a a）（2015 年度春学期）
最終テスト 解答用紙（3）

学生番号： _____ 氏名： _____

4. (1)

②の両辺を微分して、

$$pd\alpha + \alpha dp = RdT$$

$$pd\alpha = RdT - \alpha dp$$

①に代入して、

$$C_v dT + RdT - \alpha dp = 0$$

$$C_p dT - \alpha dp = 0$$

②を用いて、

$$C_p dT - \frac{RT}{p} dp = 0$$

したがって、

$$\underline{a = C_p, \quad b = -\frac{RT}{p}}$$

(10)

(2)

④を微分すると、

$$d\theta = \left(\frac{p}{p_0}\right)^\kappa dT + \frac{\kappa T}{p} \left(\frac{p}{p_0}\right)^\kappa dp$$

したがって、

$$\underline{a' = \left(\frac{p}{p_0}\right)^\kappa, \quad b' = \frac{\kappa T}{p} \left(\frac{p}{p_0}\right)^\kappa}$$

(10)

(3)

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \text{ より、}$$

$$-\frac{C_p p}{RT} = \frac{p}{\kappa T}$$

$$\underline{\kappa = -\frac{R}{C_p}}$$

(10)

(4)

$$\kappa = -\frac{R}{C_p} \text{ として、⑥を計算すると、}$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{C_p}} \frac{dT}{dz} - \frac{RT}{C_p p} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{C_p}} \frac{dp}{dz}$$

⑦を代入すると、

$$\frac{d\theta}{dz} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{C_p}} \frac{dT}{dz} - \frac{RT}{C_p p} \left(-\frac{g}{\alpha}\right) \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{C_p}}$$

②より、

$$\frac{d\theta}{dz} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{C_p}} \frac{dT}{dz} + \frac{g}{C_p} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{C_p}}$$

$$\frac{d\theta}{dz} = 0 \text{ とすると、}$$

$$\frac{dT}{dz} + \frac{g}{C_p} = 0$$

$$\underline{\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{C_p}}$$

(10)