

気象学特論（a a）（2013 年度春学期）
最終テスト

注意：計算問題においては計算過程も示すこと。

1. 大気の圧力の鉛直分布について、以下の問いに答えよ。

（1）静水圧平衡の関係は、

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad \text{①}$$

と書くことができる。ここで、 z は高度、 p は圧力、 ρ は密度、 g は重力加速度である。一方、大気を理想気体とみなして、状態方程式を書くと、

$$p = \rho RT \quad \text{②}$$

となる。 T は温度であり、一定（等温）と仮定する。また、 R は気体定数である。①、②を用いて、 p を z の関数として表せ。ただし、 $z = 0$ のとき $p = p_0$ とする。

（2）（1）で求めた解において、 $p = \frac{p_0}{e}$ となる高さ H を求め、 g 、 R 、 T で表せ。この H をスケールハイトという。

（3）温度を一定としたとき、二酸化炭素（分子量 44）の等温大気においては、乾燥空気（平均分子量 29）の等温大気と比べて、スケールハイトは何倍になるか、分数で答えよ。ただし、二酸化炭素、乾燥空気とも理想気体であると仮定する。答えのみを記せばよい。

2. 大気の熱力学について、以下の問いに答えよ。

(1) 大気に関して、熱力学の第1法則を

$$d'Q = C_v dT + p d\alpha \quad (1)$$

と書くことができる。ここで、 $d'Q$ は非断熱加熱、 T は温度、 p は圧力、 α は比容、 C_v は定積比熱である。理想気体の状態方程式

$$p\alpha = RT \quad (2)$$

を用いると、①は

$$d'Q = C_p dT - \alpha dp \quad (3)$$

と変形できる。ただし、 R は気体定数、 $C_p = C_v + R$ は定圧比熱である。③の両辺を T で割ることによって、エントロピー S の微小変化 $dS \equiv \frac{d'Q}{T}$ を求め、 C_p 、 R 、 $d(\log T)$ 、 $d(\log p)$ で表せ。②より $\alpha/T = R/p$ であることを注意せよ。

(2) 温位を

$$\theta = T \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-\frac{R}{C_p}} \quad (4)$$

と定義したとき (p_0 は基準となる圧力)、(1) で求めた dS を $d(\log \theta)$ ($= \frac{d\theta}{\theta}$) と C_p で表せ。

ヒント：④において温位の微小変化 $d\theta$ を計算して $d(\log \theta)$ ($= \frac{d\theta}{\theta}$) を求め、(1) と比較せよ。

3. 低気圧や高気圧のまわりの風について、以下の問いに答えよ。

(1) 2次元の水平面上での大気の運動を考える。空気塊が低気圧または高気圧の中心のまわりを円運動している。円運動の半径は r 、円運動の速度(風速)は V である(反時計回りの場合を正、時計回りの場合を負とする)。気圧勾配は半径方向にのみ存在し、気圧勾配から計算される地衡風を V_g とする(反時計回りの場合を正とする)。この空気塊にはたらくコリオリ力、遠心力、気圧傾度力がつりあっているという条件のもとでは、

$$\frac{V^2}{r} + fV = fV_g \quad \text{①}$$

が成り立つ。ただし、 f はコリオリ係数で正の定数とする。①における V と V_g との関係の概形を図示せよ(横軸を V 、縦軸を V_g とせよ)。 V_g に極大値または極小値が存在する場合には、その値と、そのときの V の値を、また、座標軸との交点がある場合には、切片の値を図中に示すこと。

(2) ①において、 $f \ll \frac{|V|}{r}$ の極限を考える。このとき、 V を fV_g と r で表せ(fV_g は気圧傾度力に対応する)。ただし、 $V_g > 0$ とする。

ヒント：①の左辺の2つの項の絶対値の大小関係を検討せよ。また、以下の(3)に関連して、 V の符号にも注意せよ。

(3) (2)で得られた関係をよくみたま現象としてもっとも適切なものを以下の語群の中からひとつ選べ。答えのみを記せばよい。

(語群) 偏西風 竜巻 海陸風 移動性高気圧

4. 渦度方程式について、以下の問いに答えよ。

(1) プリミティブ方程式系において、運動量の移流を無視すると、運動方程式の x 成分（東西成分）と y 成分（南北成分）は、それぞれ

$$\frac{\partial}{\partial t} u = fv - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v = -fu - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (2)$$

と書ける。ただし、 u は東西風、 v は南北風、 Φ はジオポテンシャルである。また、 f はコリオリ係数であり、正の定数とする。①、②より、 Φ を

消去し、相対渦度 $\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ のオイラー微分 $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ を f 、 $\frac{\partial u}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial v}{\partial y}$ で表せ。

(2) 運動量の水平移流を考慮すると、①、②は

$$\frac{\partial}{\partial t} u + u \frac{\partial}{\partial x} u + v \frac{\partial}{\partial y} u = fv - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v + u \frac{\partial}{\partial x} v + v \frac{\partial}{\partial y} v = -fu - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (4)$$

と書きかえられる。③、④より、相対渦度のラグランジュ微分

$\frac{D}{Dt} \xi = \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \xi$ を f 、 ξ 、 $\frac{\partial u}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial v}{\partial y}$ で表せ。ただし、

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y}$$

に注意せよ。