気象学特論（ａａ）（2011 年度春学期）　最終テスト

注意：計算問題においては計算過程も示すこと。

１．自転している地球に固定された座標系に対する風速ベクトル$\vec{u}$と、慣性系に対する風速ベクトル$\vec{u_a}$との関係を考える。地球の自転角速度ベクトルを$\vec{\Omega}$とすると、

$$\vec{u_a} = \vec{u} + \vec{\Omega} \times \vec{r} \qquad (1)$$

が成り立つ。ただし、$\vec{r}$は地球の中心を原点とした位置ベクトルである。以下、$\vec{\Omega}$は時間変化しないものとする。ベクトル$\vec{u_a}$のラグランジュ微分は、地球に固定された座標系を基準に観測したとき$\frac{D}{Dt}\vec{u_a}$、慣性系を基準に観測したとき$\frac{D_a}{Dt}\vec{u_a}$であるとすると、

$$\frac{D_a}{Dt}\vec{u_a} = \frac{D}{Dt}\vec{u_a} + \vec{\Omega} \times \vec{u_a} \qquad (2)$$

という関係が成り立つ。さて、大気にはたらく力として、気圧傾度力と万有引力を考えたとき、運動方程式は、

$$\frac{D_a}{Dt}\vec{u_a} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \vec{g^*} \qquad (3)$$

と書ける。ただし、ρは密度、pは圧力、$\vec{g^*}$は単位質量あたりの万有引力ベクトルである。式(3)を$\frac{D_a}{Dt}$、$\vec{u_a}$に代えて、$\frac{D}{Dt}$、$\vec{u}$で表現した形に書きかえよ。ただし、$\vec{g} = \vec{g^*} - \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})$とし、また、関係式$\vec{u} = \frac{D}{Dt}\vec{r}$を用いて、$\vec{r}$を含まない形で答えよ。

ヒント：(3)に(2)を代入し、さらに(1)を用いよ。

２．低気圧や高気圧のまわりの風と気圧傾度力との関係について、以下の問いに答えよ。

（１）２次元の水平面上での大気の運動を考える。空気塊が低気圧または高気圧の中心のまわりを円運動している。円運動の半径はR、円運動の速さ（風速）はVである（反時計回りの場合を正とする）。気圧勾配は半径rの方向にのみ存在し、（単位質量にはたらく）気圧傾度力はジオポテンシャルΦを用いて$-\dfrac{\partial \Phi}{\partial r}$と書けるものとする。この空気塊にはたらくコリオリ力、遠心力、気圧傾度力がつりあっているという条件のもとでVが満たす方程式をV、コリオリ係数f（＞０）、R、$P \equiv -\dfrac{\partial \Phi}{\partial r}$を用いて表せ。

（２）（１）で得られた方程式を

$$g(V) = P$$

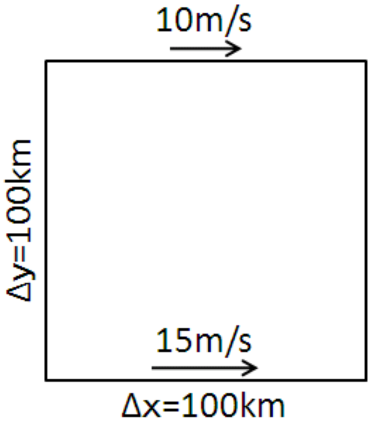
の形で書いたときの関数$g(V)$の概形を図示せよ（横軸にV、縦軸に$g(V)$）。極大値、極小値が存在する場合には、その値と、そのときのVの値を、また、座標軸との交点がある場合には、切片の値を図中に示すこと。

（３）（２）の結果から、高気圧と低気圧のうち、ジオポテンシャル勾配の大きさ$|P|$に上限があるのはどちらであるといえるか。答えのみ記せばよい。

（４）（２）、（３）の結果を用いて、$f = 1.0 \times 10^{-4}$ /s、$R = 4.0 \times 10^{5}$ m のとき、ジオポテンシャル勾配の大きさ$|P|$の上限と、そのときの風速の値$|V|$を求めよ（符号を無視し絶対値を求めればよい）。有効数字は２桁とする。

３．渦度と循環について、以下の問いに答えよ。ただし、渦度については、鉛直成分のみを考えればよい。

（１）水平面上で一辺が 100km の正方形を考える。各辺は東西または南北を向いている。この正方形で囲まれた領域の南端では 15.0m/s の西風が吹いている。西風は、北に 10km 移動するごとに、0.50m/s の割合で弱くなっている。風速場は東西方向には一様で、南北風は吹いていないものとする。この領域での（相対）渦度と（相対）循環を有効数字２桁で求めよ（渦度、循環とも反時計回りの方向が正である）。符号や単位に注意すること。なお、循環を求めるときには、循環の定義にしたがって計算してもよいし、渦度の値からストークスの定理を用いて計算してもよい。



（２）（１）で求めた相対渦度を持った空気塊が、北緯 30 度から北緯 40 度に移動した。この間、絶対渦度は保存していたものとして、北緯 40 度に達したときの相対渦度を有効数字 2 桁で求めよ。ただし、$\sin 40° = 0.643$、地球の自転角速度を $\Omega = 7.2 \times 10^{-5}$ /s とする。なお、一般に、惑星渦度は $f = 2\Omega \sin\phi$（ϕ は緯度）である。

（３）北緯 30 度に、相対渦度を持たない空気塊が存在する。この領域で 1.0×10^{-5} /s の水平収束が生じている。空気塊は南北方向には移動せず、鉛直流の水平シアはないものとする。流体の運動に沿って移動する閉じた

境界によって囲まれた水平面において、絶対循環が保存すると仮定して、この空気塊の相対渦度の時間変化率を有効数字２桁で求めよ。ただし、地球の自転角速度を$\Omega = 7.2 \times 10^{-5}$ /s とする。

ヒント：流体の運動に沿って移動する閉じた境界によって囲まれた水平面の面積をA、コリオリ係数（惑星渦度）をf、相対渦度をξとすると、絶対循環C_aは、$C_a = \left(f + \xi\right)A$と書ける。このとき、絶対循環が保存するので、

$$\frac{D}{Dt}C_a = A\frac{D}{Dt}\left(f + \xi\right) + \left(f + \xi\right)\frac{D}{Dt}A = 0$$

が成り立つ。また、水平風$\overrightarrow{u_h}$の発散$\nabla_h \bullet \overrightarrow{u_h}$と面積$A$の時間変化との間には、

$$\frac{D}{Dt}A = A\nabla_h \bullet \overrightarrow{u_h}$$

が成り立つ。（３）においては、これらの関係を既知としてよい。