気象学特論（ｂｂ）（2014 年度秋学期）
最終テスト

注意：特に指示がない限り、計算問題においては計算過程も示すこと。

１．地球に入射する太陽放射について、以下の問いに答えよ。

（１）大気や雲などによる反射や吸収を無視すると、春分の日に赤道上の地表面に入射する太陽放射の強さ S_E は、

$$S_E = \begin{cases} S\cos t & \left(-\dfrac{\pi}{2} \le t \le \dfrac{\pi}{2}\right) \\ 0 & \left(t < -\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2} < t\right) \end{cases} \quad ①$$

と書ける。ただし、S は太陽定数、t は太陽の時角（$-\pi \le t \le \pi$）であり、$t = 0$ を南中、$t = \dfrac{\pi}{2}$ を日没と定義する。このとき、地表面に入射する太陽放射の強さの日平均値 $\overline{S_E}$ は、

$$\overline{S_E} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} S_E dt \quad ②$$

と表される。①、②より $\overline{S_E}$ を計算し、S を用いて表せ。

（２）夏至の日の北極点では、太陽の高度は一日を通して地軸の傾斜角 ϕ に等しい。（１）と同様に大気や雲などによる反射や吸収を無視して、夏至の日の北極点で地表面に入射する太陽放射の強さの日平均値 $\overline{S_P}$ を求め、S と ϕ を用いて表せ。

（３）$\overline{S_E}$ と $\overline{S_P}$ はどちらが大きいか。ただし、$\phi = 23.4°$ とする。根拠も簡単に述べよ。$\sin 23.4° = 0.397$ 、 $\cos 23.4° = 0.918$ 、 $\pi = 3.14$ 、 $\dfrac{1}{\pi} = 0.318$ としてよい。

２．地球の熱収支について、以下の問いに答えよ。

（１）地球の熱収支を下の図のように模式化して考える。地球大気は可視光に対しては透明である。しかし、赤外線に対しては不透明であって、地表面からの黒体放射をすべて吸収する。また、大気は地表面と宇宙に対して黒体放射を射出するものとする。地表面の温度をT、大気の温度をT_aとおく。このとき、地表面の熱収支は、

$$\frac{1-\alpha}{4}S+\sigma T_a^{\ 4}=\sigma T^4 \qquad ①$$

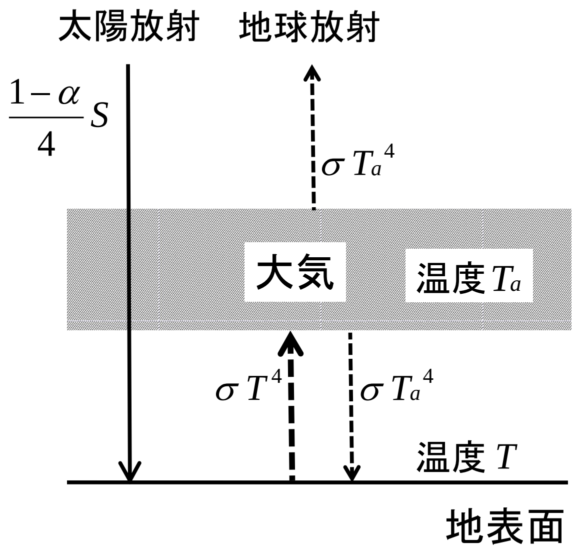
と表せる。ただし、Sは太陽定数、αは地表面のアルベド、σはステファン・ボルツマン定数である。また、大気の熱収支は、

$$\sigma T^4=2\sigma T_a^{\ 4} \qquad ②$$

である。①、②を用いて、

$$2\sigma T^4=(1-\alpha)S \qquad ③$$

が成り立つことを示せ。



（２）③の両辺をSで微分することによって$\dfrac{dT}{dS}$を求め、σ、α、Tを用いて表せ。ここではσ、αはTによらない定数とする。

ヒント：$\dfrac{d}{dS}\left(2\sigma T^{4}\right)=\left\{\dfrac{d}{dT}\left(2\sigma T^{4}\right)\right\}\dfrac{dT}{dS}$である。

（３）αがTの一次関数として変化する状況を考える。ただし、$\dfrac{d\alpha}{dT}=a$とする。③の両辺をSで微分することによって$\dfrac{dT}{dS}$を求め、σ、α、T、Sを用いて表せ。

ヒント：αはTの関数であるが、TはSの関数である。したがって、$\alpha=\alpha(T)=\alpha(T(S))$である。

３．地中熱伝導について、以下の問いに答えよ。

（１）均質な土壌について、温度の鉛直分布の日変化を考える。時間をt、深さをzとおき、温度の平均値からの偏差をTとする。このとき、熱伝導方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial t}T = \kappa \frac{\partial^2}{\partial z^2}T \quad (\kappa > 0) \qquad ①$$

と書ける。κは熱拡散係数である。①において、日変化の角振動数をωとおき、Tを

$$T = \mathrm{Re}\,\hat{T}\exp[i(mz - \omega t)] \quad （\omega > 0） \qquad ②$$

と表す。$\hat{T}$は複素数の定数である。②を①に代入することによって、mとωとの間の関係を求め、

$$m^2 = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

の形で答えよ。

（２）（１）で求めた方程式を解いて、mを求め、κとωを用いて表せ。ただし、$m = p + qi$（p、qは実数）の形で示し、方程式が複数の解を持つ場合にはすべての解を答えよ。

（３）（２）で求めたmの表式を②に代入して、Tを$\hat{T}$、κ、ω、t、zで表せ。ただし、$z \to +\infty$で$T \to 0$とすることによって、mの表式中の複号のうち、適切なものだけを選んで答えよ。

（４）$z = 0$における境界条件を

$$T(z=0) = T_0 \cos \omega t \quad （T_0 は実数） \qquad ③$$

としたとき、$\hat{T}$の値を決定し、$z \geq 0$におけるTをT_0、κ、ω、t、zを用いて表せ。ただし、複素数を用いずに実数のみを用いた表式で答えること。